

偏载的机理分析

中国计量科学研究院 周祖濂

【摘要】 本文首次对偏载的机理做了详细分析，并提出了有理论依据的偏载的数字模型，提出了“承载器受力分配系数”的概念。

【关键词】 偏载（角差） 静不定 承载器受力分配系数 数字偏差调节

一、前言

偏载对于衡器是一项重要的计量指标，只有达到该衡器允许的偏载检定误差，才能保证该衡器在称量不均匀载荷或载荷置于承载器不同位置时，具有一致的准确示值。

有关偏载的机理却几乎未见有文章分析和讨论。特别是在安装和调试中，对偏载的调整具有很大的盲目性。大多是通过调整传感器灵敏度或输出阻抗的调整，欲使偏载的误差满足允差的要求。但过分依靠调节电气，即对传感器桥压或输出阻抗的调节，从原理上讲是不对的，我试图通过对汽车衡器偏载机理的分析对这个不太为大家关注的问题做一些讨论。

二、四支承衡器

绝大多数大型衡器均具有四个支承。我们首先讨论这种衡器的“理想”情况。假定四个支承点在同一水平、且为点支承，承载器为矩形光滑理想平面，与支承点的接触为无形变的理想刚性，与支承点间无摩擦力。为了确定四个支承点的受力大小，我们可得到两两力矩平衡的两个方程和一个四力合成等于总受力的方程。由于具有四个未知数，而只有三个联立方程式，因此不可能求出各支承的受力大小。这在力学中称为“静不定”系统。这种状态在现实中很难生存，只要支承点的稍微变动或有微小的干扰力存在，均会使原来的状态发生改变，甚至完全脱离支承。

在现实当中，承载器与支承间的接触存在弹性形变，其间也存在摩擦力。我曾证明过（文章在“衡器”杂志上发表过），在实际中这样的结构可处于“稳定状态”。但仍属于“静不定”平衡，还是不能用数学方法求出四个支点的受力大小。

三、汽车衡

汽车衡是四支承衡器中，是最常见和最典型的大型衡器。汽车衡不仅承载器（秤桥）的尺寸很大，称量可达一、二百吨，且准确度高，在称量时载荷分布很不均匀。用它作为分析对象具有典型和实用意义。

前面分析过一台实际使用的汽车衡，由力学的观点来讲，它是一个“静不定”系统，但是这个称重装置必须是处于“稳定状态”。这里所指的“稳定状态”是这样的定义的：一经承载器与支承安装完毕后，四个支承点的受力分配状态不再会发生改变，无论将载荷放置在承载器的任何位置和卸载后，承载器仍始终保持空载时的受力分配，作为一台衡器这是必要且充分的前提。

一台理想状态的汽车衡，当载荷置于承载器的几何中心位置时，四个支点处传感器的受力相当，各点载荷重量为总载荷重量的四分之一，而且此时将该载荷置承载器的任何位置时，所显示载荷的重量是完全相同。在此我们定义一个名词：“承载器受力分配系数”，即在承载器的几何中心位置加载时，四支点处受力大小的比值。在上述理想情况，四支点受力相等，分配系数均为 1，即[1、1、1、1]此时该衡器的偏载误差为零。对于有偏载误差的衡器四支

点上的受力不相等，承载器的重量分配系数也不相等。假设汽车衡上四支传感器的受力分别为 F_A 、 F_B 、 F_C 和 F_D （参看图 1），分配系数为： k_A 、 k_B 、 k_C 、 k_D 。在载荷置于承载器的几何中心位置时，载荷对四支点的加载均相等，且为载荷总重量的四分之一，即 $W_A=W_B=W_C=W_D=\frac{1}{4}W$ 。此时有：

$$\begin{aligned} F_A+F_B+F_C+F_D &= k_A W_A+k_B W_B+k_C W_C+k_D W_D \\ &= 1 \cdot \frac{W}{4}+1 \cdot \frac{W}{4}+1 \cdot \frac{W}{4}+1 \cdot \frac{W}{4}=W \end{aligned}$$

根据 OIML R76 国际建议，对衡器进行偏载试验时，载荷是置于衡器第 1 象限（A 区）矩形的中心“P”处。（参看图 1）。并依次在其余三象限进行相同的试验，以确定衡器的偏载误差。

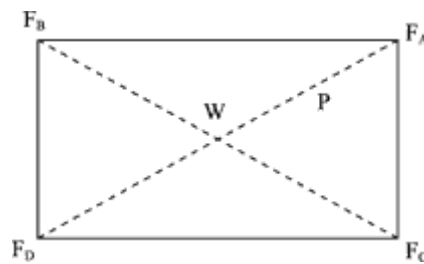


图 1

为了说明衡器偏载的实质，我们还得再强调一下“理想衡器”的实现。对一台“稳定状态”的衡器，当我们校准码置于秤台的几何中心位置时，砝码对四角传感器所施加载荷力，并不象我们直观感觉均为砝码重量的四分之一，这是因为此时秤台是处于“静不定”的状态。因此每个传感器上的受力是无法通过力学计算得到。在实际应用中我们为了使该衡器达到“理想衡器”，是通过对机械部分的调节，常用的手段是通过在传感器的底座垫铁片，使其四支传感器的受力尽量相等，在此我们假定四支传感器计量性能是完全一致的。之后再通过对传感器的桥压、输出阻抗或灵敏度进行微调，使其达到四支传感器输出相等，即分配系数均为 1 的“理想衡器”。通过这样的调整也才能确认每支传感器上的受力为总载荷的四分之一。在弄清这一物理现象的本质之后，我再来研究偏载实验的情况。虽然经过上述的调整使得该衡器的“承载器受力”的分配系数调到理想值，即[1、1、1、1]，但衡器仍处于“静不定”状态。因此，在偏载实验时，无论我们将校验砝码置于四个象限几何中心的任意位置时，我们仍然无法确定该砝码对四支传感器上的分载荷力是多少，以砝码置于秤台的几何中心位置时的情况是完全相同，均无法通过力学计算确定各支传感器的受力大小。但现在的情况与衡器调整前的已大不相同，由于此时衡器的分配系数 $k_A=k_B=k_C=k_D=1$ ，所以无论砝码施加于各传感器上的载荷的分布不同，然而衡器对不同位置放置的砝码的称重结果是相同的

$$F_A+F_B+F_C+F_D=k W_A+k W_B+k_C W_C+k_D W_D$$

虽然 $W_A \neq W_B \neq W_C \neq W_D$

但是 $W_A+W_B+W_C+W_D=W$ （ W 为砝码点重）

由于在此时经过调整使 $k_A=k_B=k_C=k_D=1$

上式变为

$$\begin{aligned} F_A+F_B+F_C+F_D &= 1 \cdot W_A + 1 \cdot W_B + 1 \cdot W_C + 1 \cdot W_D \\ &= W_A + W_B + W_C + W_D \\ &= W \end{aligned}$$

否则上式不能恒等，即产生偏载。

四、偏载调节

当对衡器偏载测试超过规定允差时，必须对其调节，使满足允差要求。这样才能使该秤在使用时，无论将载荷置于承载器的任何位置，称量结果均相同。

偏载的调节分为两部份，一是对受力状态的调节；一是对传感器的调节。对一台汽车衡，首先要求放置传感器的基座尽量保持在同一水平。可使用测高仪来测定，使其控制在毫米级误差内，这是大家都熟知的基本必要条件。但是若对这些基本工作出现大的失误，将使后来的调整事倍功半。对承载器与传感器的连接面尽量水平，承载器本身的重量对四个支承点尽量均匀对称。承载器受到最大载荷时，不会由于承载器变形对传感器产生过大的侧向力，影响传感器的正常工作。在最大允许偏载的情况下，不能改变承载器的受力分配。承载器放置在传感器上，可用手触摸传感器的压头，确认四支传感器是否已受力。传感器是否均匀受力，通过在传感器的基座下用垫片调整。对传感器的选择，更是众所周知，一般要求对四支传感器的灵敏度和输出阻抗至少控制在 0.1% 以内。在此要特别指出，大家往往忽略传感器“零点”输出的影响。在模拟方式使用时，传感器是并联使用。等于直接将四支传感器的应变片并联在一起，特别是在使用调降压电阻来改变传感器的电压输出时。这将影响各支传感器的原来的平均状态，改变传感器的性能。传感器的零点输出最好控制在 0.1%，不要超过 0.2%，一般而言能满足以上匹配要求的最大检定分度 $n_{max}=3000$ 的c级传感器，能满足贸易使用的汽车衡的要求。

上面讲过，为将承载器的重量分配系数调节相同，一是调节传感器的供桥电压，一是调节传感器的输出阻抗（参看图 2）

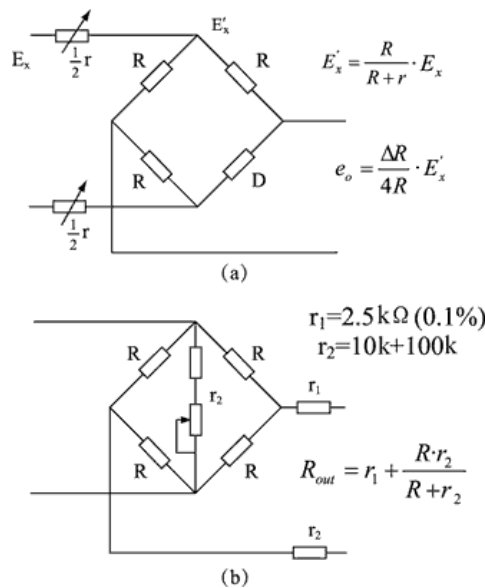


图 2 (a) 调节供桥电压电路, (b) 调节输出阻抗电路

通过图 2 (a) 中的电阻 r ，可以使输出电压较高的传感器调低，达到使四只传感器的输出一致。在此要强调，若此时仅只通过在供桥线路上增加一支电阻降低电压，而不是用两支电阻对称降压，将会明显的影响该传感器的“零点”的初始电压，从而破坏原来的并联零点。图 2 (b) 调节输出阻抗的方法，对并联传感器间的相互影响较小。但在实际运用时，可调电位器的温度影响和稳定性要认真考虑。

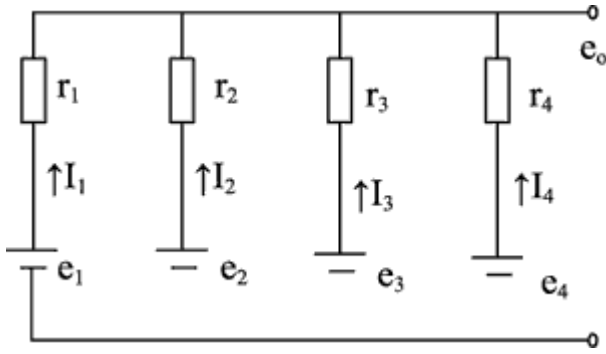


图 3 并联等效电路

图中， r_1 、 r_2 、 r_3 和 r_4 为传感器输出阻抗， e_1 、 e_2 、 e_3 和 e_4 为传感器的开路输出电压。该电路组成方程：

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 + I_4 \\ r_1 I_1 - r_2 I_2 &= e_1 - e_2 \\ r_1 I_1 - r_3 I_3 &= e_1 - e_3 \\ r_1 I_1 - r_4 I_4 &= e_1 - e_4 \end{aligned}$$

解上方程可求出各传感器的输出电流：

$$I_1 = \frac{1}{r_1} \frac{(e_1 - e_2)/r_2 + (e_1 - e_3)/r_3 + (e_1 - e_4)/r_4}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}}$$

$$I_2 = \frac{1}{r_2} \frac{(e_2 - e_1)/r_1 + (e_2 - e_3)/r_3 + (e_2 - e_4)/r_4}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}}$$

$$I_3 = \frac{1}{r_3} \frac{(e_3 - e_1)/r_1 + (e_3 - e_2)/r_2 + (e_3 - e_4)/r_4}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}}$$

$$I_4 = \frac{1}{r_4} \frac{(e_4 - e_1)/r_1 + (e_4 - e_2)/r_2 + (e_4 - e_3)/r_3}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}}$$

由此导出并联后的输出电压：

$$e_0 = e_1 - I_1 r_1 = e_2 - I_2 r_2 = e_3 - I_3 r_3 = e_4 - I_4 r_4$$

$$\begin{aligned} & \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \frac{e_3}{r_3} + \frac{e_4}{r_4} \\ &= \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \end{aligned}$$

或者写为：

$$e_0 = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}}$$

由上推导可得出两点结论，一是对四只传感器的匹配是电流匹配，而不是电压匹配，这正是我们通过改变供桥电压和改变传感器的并联电阻，都可达到使四只传感器匹配一致。第二若考虑到传感器的开路电压， e_1 、 e_2 、 e_3 和 e_4 中包括了“零点”电压，就可看出“零点”电压改变的影响。

现在数字传感器以及传感器数字变换器在汽车衡中得到越来越广泛的运用。使用数字技术可使汽车衡的偏载调节变得简单、快速、更准确。而模拟电路的调节，不仅带有很大试探性，也难达到计算值，而且调节时还存在彼此间的影响。

五、讨论

上面我们已经讲述了偏载的物理过程，指出汽车衡的偏载主要是受机械构结构和安装影响。假若机械结构和安装已造成很大的偏载，试图全靠调节传感器来达到目的是不合理的。

对汽车衡的偏载调节，有一些问题是值得研究和讨论。首先对机构的调整，应达到什么样的程度才是比较合理，其次传感器的调节，模拟电路和数字电路的有何不同，以及什么才是传感器的合理调整，第三，传感器的选择。

1、我国汽车衡在机械安装完毕后，到底存在多大的偏载量，由于没有做过调查，而且汽车衡生产厂家也不太关注这个问题，因此不好断言。下面试图通过一个“理想”状态的汽车衡，用数字结果来分析此问题，这里所指的“理想”状态是指“承载器受力分配系数”固定不变，这对一台能使用的汽车衡也是必须满足的条件。另外是指实验砝码在整个实验过程中的“加力分配”固定不变，这个假定在真实实验过程中是不可能的，至少我们不可能将砝码放置得完全一致。

假设“承载器受力分配系数”为 $k_A=1.093$ 、 $k_B=0.997$ 、 $k_C=1.072$ 和 $k_D=0.838$ 。实验砝码的“加力分配”值为 $M_1=5.113$ 、 $M_2=2.093$ 、 $M_3=2.266$ 和 $M_4=0.053$ 、 $M=1000$ 。在偏载实验时，实验砝码分别置于承载器的四个规定区，并假定每次加载位置完全一致，在四个实验点，汽车衡的受力分别为（参看图4），

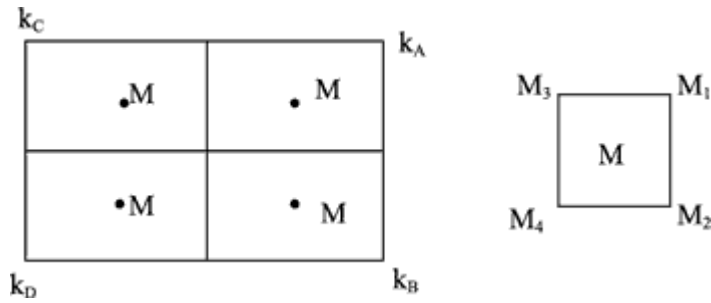


图4 “承载器受力分配系数”实验砝码加力分配值图

$$\begin{aligned}
 F_A &= M_1 \cdot k_A + M_2 \cdot k_B + M_3 \cdot k_C + M_4 \cdot k_D \\
 F_B &= M_1 \cdot k_B + M_2 \cdot k_D + M_3 \cdot k_A + M_4 \cdot k_C \\
 F_C &= M_1 \cdot k_C + M_2 \cdot k_A + M_3 \cdot k_D + M_4 \cdot k_B \\
 F_D &= M_1 \cdot k_D + M_2 \cdot k_C + M_3 \cdot k_B + M_4 \cdot k_A \\
 F_A &= 5.589 + 2.086 + 2.429 + 0.443 = 10.547 \\
 F_B &= 5.098 + 1.754 + 2.447 + 0.567 = 9.866 \\
 F_C &= 4.285 + 2.244 + 2.259 + 0.578 = 9.366 \\
 F_D &= 5.481 + 2.288 + 1.899 + 0.527 = 10.195
 \end{aligned}$$

由上数字例子，主要是请读者注意，在实验砝码“加力分配”值不变的情况下，四个实验点的受力值的差值与“承载器受力分配系数”间的差值倾向大体相同。这给出了需要对传感器匹配调节的范围。

2、传感器的调节

上面的讨论指出，在安装好秤台后，对衡器偏载实验结果的偏差值大约等于需要对传感器的调节值。

首先我们讨论模拟电路的传感器调节。对四只传感器若要调到“真正”的一致，唯一的办法就是将另外三只传感器的“灵敏度”调低，使其输出与输出最小的一只传感器的“灵敏度”相等。从上面例子，初始时四只传感器差约为 20%。这表明经偏载调节后，传感器的实际使用量程要比标称下降 20%，我认为这样的损失大了一些。最好使机械调节后的初始偏载值之差控制在 10% 左右。用模拟电路调节偏差，往往需要多次放置砝码，调节时由于四只传感器是工作在并联状态，将会相互影响。特别是采用调节供桥电压法，很难将调节电阻调到所需的计算值。调节传感器输出阻抗时可变电位器的温度影响也是不可忽略的问题。

通过数字式传感器或数字通道调节偏载，最根本的不同是将“硬件”调节改变为“软件”调节，不仅省力、省时、省钱，而且调节精确，可以一次到位。据我所知国内大多数调节偏载的数字方法，使用所谓“平均值”法，为了省略文字的叙述，我直接引用第六届称重技术研讨会论文集“称重科技”第 263 页朱子健文中，有关“角差调整”的数字表述。

“加载重块于各个角，读取仪表在各角的总输出值即： $\hat{w}_{ct} = \sum_{1-6} \bar{w}_{ci}$

表 1 测试数据及新角差系数

位置	总输出值 W_i	角差系数 \hat{F}_{ci}	归整后的角差系数 F_{ci}
1	51139	$51139/51139=1$	$1/1.0000817=0.9999183$
2	51145	$51139/51145=0.99988$	$0.99988/1.0000817=0.9997983$
3	51152	$51139/51152=0.99974$	$0.99974/1.0000817=0.9996583$
4	51136	$51139/51136=1.00006$	$1.00006/1.0000817=0.9999783$
5	51126	$51139/51126=1.00025$	$1.00025/1.0000817=1.0001683$
6	51110	$51139/51110=1.00056$	$1.00056/1.0000817=1.0004783$
平均	1.0000817		

这样的方法，从本质上讲，与模拟电路调节没有区别。所不同的仅是将使用模拟器件的调节，改为数字化调节。都是根据“各角的总输出值”为根据进行计算，“各角的总输出值”，实际上是各个传感器输出的总和“ $\hat{w}_{ct} = \sum_{i=1}^6 \bar{w}_{ci}$ ”。也和并联电路一样，分不清各个传感器的实际工作状态。我们前面已经讲过，对传感器的调节，是在机械调节完成后，再通过对传感器的“微调”，使该衡器的“承载器受力分配系数”调至相同，若机械调节后，四支传感器的分配系数为 k_A 、 k_B 、 k_C 和 k_D ，现在的调整目的是使 $k_A=k_B=k_C=k_D$ 。而按照朱子健方法，是将各角的总输出值调至相等。如果将此“归整后的角差系数 F_{ci} ”用来调整此时相应的传感器的输出，其结果并不能使“承载器受力分配系数相等”。另外在调角差时，在各角放置砝码很难保证完全一致，特别是用叉车类做重物。所以上述调整很可能每次调节得到的归整角差系数是不相同。我们可以证明若各角加码完全一致，则各次测试结果之和为砝码值的四倍。

上面对汽车衡偏差机理的分析时我们指出只有当“承载器受力分配系数”相等时，汽车衡的偏载误差为零，且此时无论将载荷置于承载器的任何位置时，称重结果相同。在此机理的指导下，我是通过设计一个四输入端，一输出端的模型，要求它无论四个输入值如何分配，其输出都等于四个输入值之和，这个模型很容易就可推广到多于四输入端的情况，而且每次求偏差调节值时，载荷也不一定相等，载荷放置的位置也不能按测定偏载规程要求的那么准确，这对用叉车来测定偏差时更有实用意义。

3、传感器的选择

根据我的理解，正确选择传感器和加载方式是确保汽车衡处于“稳定状态”的关键，即保证汽车衡在使用期限内能保持“承载器的分配系统”恒定不变。在实际使用时，由于车辆上、下承载器或温度影响，都会改变原来设计的加载方式。所以很多传感器厂家都会提供用户非常详细的传感器的安装手册，其内容包括对支承结构件的要求，所需导向件的配置和尺寸及材料，以及力传递元件的选择。

现今我国的汽车衡所使用的传感器基本上为柱式和双剪梁式传感器，而国外现今大多使用组件或模块的传感器（参看图 5）。使用组件型传感器的主要优点是安装方便，并且有自对中心（self—centre）或自校正（self—check）能力。这两种组件，一种是用“马鞍”（saddle）

加载接头，另一种是用两个“链环”（link）的吊挂加载，都是属于“线接触”加载，具有很强的抗侧向力的能力。像汽车衡这类大型衡器，大多是在户外使用，温度变化引起的热胀冷缩对承载器尺寸的影响达厘米级，这造成传感器“原始”加载状态改变，以及由此而产生的侧向力，都会使“承载器受力分配系数”发生改变，从而影响衡器的稳定性和测量准确度的改变。

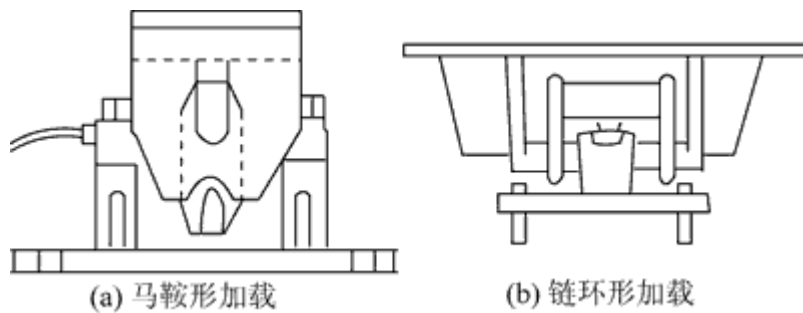


图 5

六、结论

对汽车衡偏载或角差的调节，首先通过机械调节，使四只传感器的输出之差在 10% 内。若这个差值太大，会降低传感器有效使用范围，这是我们不希望的结果，而且过份的使用传感器的调节，来降低偏载，是不可取，也不合理。使用数字方法调节偏载，是把模拟方法的“硬件”调节，改变为“软件”调节。这样可使偏载调节变得省力、省时、省钱、调节精确，无须多次放置砝码，可使调节一次到位。

数字调节，若仍使用“角的总输出值”来修正或调节衡器偏载或角差，实际上与并联电路的模拟调节没有本质上的差别，缺乏理论依据。现今，我已使用一个四端或多端输入、一输出端的模型，从理论上解决了偏差调节问题，这在上面文中已做了说明。

七、附录

在附录中打算对四支点“静不定”系统作力学上的分析，说明为何不能确定四支点的受力大小。图 6 为一四支点系统，载荷 M 置于 P 点， A 、 B 、 C 和 D 四支点的受力分别为 F_A 、 F_B 、 F_C 和 F_D 。首先根据矩形的中垂线，可得出下面的一组力矩平衡方程

$$\left. \begin{aligned} (F_A + F_B) l - (F_C + F_D) l &= M \cdot X_p \\ (F_A + F_C) l - (F_B + F_D) l &= M \cdot Y_p \\ F_A + F_B + F_C + F_D &= M \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

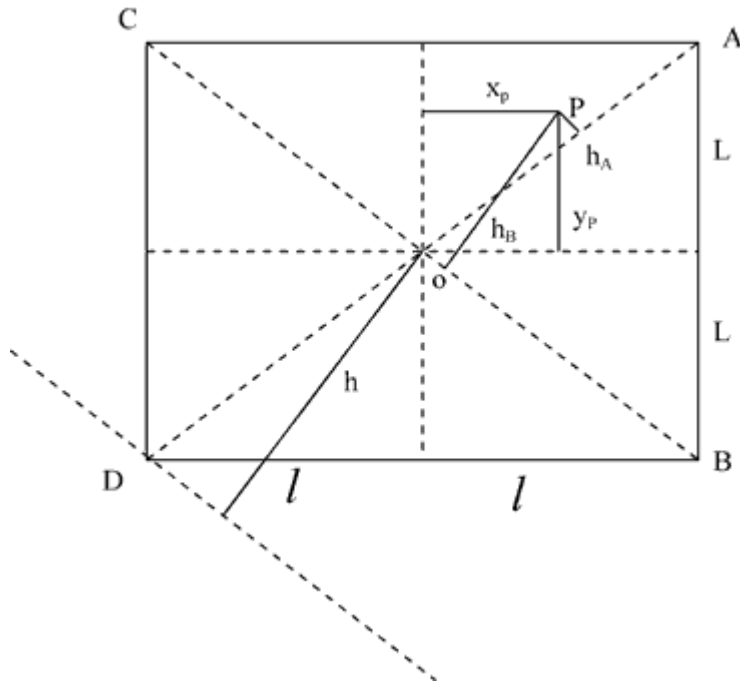


图 6

同理根据矩形的对角线，同样可以得出表达形式不同的一组力矩平衡方程

$$\left. \begin{aligned} (F_A - F_D) h &= M \cdot h_B \\ (F_B - F_C) h &= M \cdot h_A \\ F_A + F_B + F_C + F_D &= M \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

上两个方程均为有四个未知数，而只有三个联立方程是无法求解的，其根本原因在于它的物理本性，“静不定”状态。有人认为若将两组方程联合起来，不是就有五个方程，这样是否就可以求出四个未知数，但他将会发现两组方程是兼并的，只是表示稍有不同，无论如何联解，仍然只有三个是独立的。这是由事物的本质所决定。

下面我们来考虑两个特殊状态，首先是载荷置于承载器的中心位置“O”点，这相当对衡器定标或标准的位置。由（7.1）可得下面结果。

$$(F_A + F_B) = (F_C + F_D) \text{ 和 } (F_A + F_C) = (F_B + F_D)$$

而从（7.2）式可得到以下结果：

$$F_A = F_D \text{ 和 } F_B = F_C$$

而不能求出 F_A 、 F_B 、 F_C 和 F_D 的确切数值。实际上，对一台安装比较好的衡器，往往会有这样的结果，即某一对角线上两只传感器受力，要大于另一对角线两只传感器的受力。且上四个等式大体成立。

第二个状态，是将载荷置于衡器测量偏载的位置，即在承载器某一象限的中点，此时，

$$x_p = l/2, y_p = l/2 \text{ 和 } h_A = 0, h_B = h/2$$

$$\text{则 } (F_A + F_B) - (F_C + F_D) = M/2$$

$$(F_A+F_C) - (F_B+F_D) =M/2$$

和 $F_A-F_D=M/2$

$$F_B-F_C=0$$

由上诸等式可得到以下结果：

$$F_A=M/2, F_B=F_C=M/4 \text{ 和 } F_D=0$$

这与现在的物理状态是一致的。因为现在载荷的重心已处于三角形 ABC 之内，D 点已不再承受力，但在实际情况，由于承载器重量分配系数不相等，D 点仍会受力。而在理想情况，D 点已无存在的条件，变为三点受力支承，可以求出三受力点各自受力大小。

作者联系方式：

笔者：周祖濂（中国计量科学院退休人员）

地址：北京海淀区柳林馆南里 2 号楼 244 号

邮编：100038

电话：010-58883248