称重信号的抽样和处理

中国计量科学研究院　　周祖濂

【摘　要】本文主要根据数字信号处理原理，介绍抽样定理，不确定性原理、在动态称重信号处理中的重要性和不可违背性。

【关键字】抽样定理、不确定性原理、动态称重、空间频率

一、前言

不少初接触称重仪表的人，找我询问称重信号应如何抽样，特别是对动态仪表，抽样速率、抽样次数应如何决定？抽样后的数据如何处理（滤波）？《衡器》杂志也常有文章介绍如何处理称重信号，但大多数文章均未有介绍信号抽样的基本原则和称重信号中动态信号的基本特征和常用的处理方法。

作者打算分两篇文章介绍称重信号的抽样和处理的基本原则和方法。第一篇介绍信号抽样的基本原理和动态称重信号的基本特征。第二篇介绍动态称重信号的基本处理方法，介绍作者收集到的一些资料中的实例，供有兴趣的读者参考。

文中尽量避免数学推导和证明。需要深入了解的读者可自行阅读有关数字滤波和数字信号处理的有关资料。但读者需具有付利叶变换（Fourier transforms）以及高等数学的基本概念和知识。

处理动态称重信号，是为了求得被称物在静止状态下的重量。原则上是要消除由于物体运动所产生的干扰力，所以均是使用低通滤波器来滤除这些干扰信号，以获得物体的静止重量。

二、抽样

抽样是将连续信号离散化的过程，它仅抽取连续信号波形某些时刻的样值。抽样分为均匀抽样和非均匀抽样。在大多数情况下都是均匀抽样，本文也只讨论均匀抽样的情况。

付利叶变换在建立连续信号和离散信号间的联系起着重要的作用。由连续时间系统的观点，均匀抽样可视为一个脉冲调制过程。调制信号为连续的模拟号，载波信号为一串固期为T，脉宽为τ的矩形脉冲信号。显然，τ越小，抽样输出脉冲的幅度就越准确地反映了输入，即被抽样信号在离散抽取时刻的瞬时值。当τ趋于零时窄脉脉冲序列就变成了单位冲激函数序列，称为抽样函数。我们称这种抽样为理想抽样。其抽样函数由下式表示：

$$P(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}\delta(\mathrm{t}-nT) \qquad (2\text{-}1)$$

函数 $\delta(\mathrm{t}-nT)$ 只有在 t=nT 时不为零。所以它的时域表现为一串间隔为 T 的单位脉冲。这样的脉冲串，即抽样函数的付利叶变换，即它的频率为

$$P(f)=\frac{1}{T}\sum_{-\infty}^{+\infty}\delta(\mathrm{f}-\frac{\mathrm{n}}{\mathrm{T}}) \qquad (2\text{-}2)$$

即幅度为 $1/T$，频率间隔为 $1/T$ 的一系列线状谱线。用它来调制或抽样一个模拟信号 X(t)，则：

$$\hat{X}(t)=X(t)\cdot P(t)=X(t)\sum_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)=\sum_{-\infty}^{+\infty}X(nT)\delta(t-nT)$$

即变为幅值为随抽样信号幅值变化的脉冲串。

然而，在实际情况下，抽样信号为矩形窄脉冲串，脉冲幅值为 A，脉宽为 τ，周期为 T。这样非理想抽样的表示式为：

$$P\ \ t=\sum_{-\infty}^{+\infty}Cne^{jm\Omega_s t} \tag{2-3}$$

式中：$\Omega_s=\dfrac{2\pi}{T}$，T 为抽样周期

$$C_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}P(t)e^{-jn\Omega_s}dt=Ad\frac{\sin n\pi d}{n\pi d}$$

式中 $d=\dfrac{\tau}{T}$ 称为占空比。

此时，非理想抽样的频域图形或频谱，不再是线状谱，而是有一定频宽的频谱，其主频的宽度为 $1/\tau$。与理想抽样时一样，同样为以 1/T 为周期的频谱，且幅值 Cn 的包络随频率增高而很缓慢下降（图 1）。

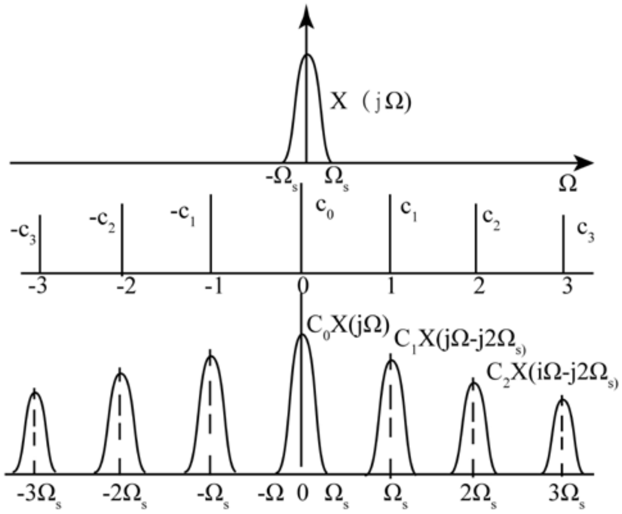

图 1

与模拟系统的抽样不同，在数字系统中，抽样信号需经过 A/D 转换为数字信号。用一些幅度不连续的数值来逼近模拟信号的精确值。它与精确值之间的误差就是由不连续的量化过程产生的。通过经 A/D 转换后，模拟信号转变为有限字长的二进制数。

由于量化是将连续量转化为非连续量，由此必然产生误差。对于量化的处理又有截尾和舍入两种方法。其截尾化误差为 $-q<[e]\le 0$；舍入量化误差为 $-\dfrac{q}{2}<[e]\le\dfrac{q}{2}$。其中 q 为 A/D 转换的最低位量化值，$q=2^{-n}$，n 为 A/D 转换的阶数。由于对信号的量化过程是对整个序列的统计估计，而不是针对某一个抽样的量化误差。所以还必须知道量化误差的统计值。即量化噪声的方均根值，$e=q/2\sqrt{3}$。量化误差的大小，对我们确定 A/D 转换器的阶数，数

字滤波器设计和计算数据所需的字长都有直接的关系。

在我们使用Σ-$\Delta A/D$转换器时，由于Σ-Δ调制是根据所谓的“增量调制”进行量化编码。当输入模拟信号变化极快，即信号的斜率变化很陡，大于译码用积分器输出信号的上升或下降的斜率，即译码器的最大跟踪斜率。由此会产生所谓的“过载量化失真”。设输入一正弦信号，频率为f，幅值为A，抽样频率为f_s.。由于

$$x\ \ \mathrm{t} = A\sin 2\pi ft$$

则它的变化斜率为：

$$dx\ \ \mathrm{t}/dt = A\cdot 2\pi coo2\pi ft$$

其最大斜率为$2\pi Af$。因此，欲使增量调制编码时不产生失真，必须满足下关系。

$$q\cdot f_s \geq 2\pi Af \qquad (2\text{-}4)$$

由此表明，对于变化极快的信号，即使幅度很小也会产生过载量失真。为了克服这种影响，现今的Σ-Δ调制器前端增加了积分器，使得整个系统的过载特性与频率无关。

三、抽样定理

抽样定理是1948年香农（Shannon）给出的，它是数字信号处理中的一个重要定理。

定理叙述如下：

设x(t)的付利叶变换为X（jΩ），且X（jΩ）是带限的，其最高频率为Ω_h，即$\Omega \geq \Omega_h$时，X（jΩ）=0，如果$\Omega_h \leq \pi/T = \Omega_s/2$。这里T为抽样周期，$\Omega_s$为抽样角度频率，$\Omega_s = 2\pi(1/T)$。

则

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(nT)\frac{\sin\frac{\pi}{T}(t-nT)}{\frac{\pi}{T}(t-nT)} \qquad (3.1)$$

其中Ω_s又称之为“乃奎斯特”（Nygnist）频率。

以上定理说明两个重要的概念：

当抽样频率大于或等于连续信号$\mathrm{x}(t)$的最高频率的两倍以上时，所得到离散信号$\mathrm{X}(nT)$，已包含了$\mathrm{x}(t)$的全部信息，根据（3-1）式就能由$\mathrm{X}(nT)$将$\mathrm{x}(t)$恢复出来。即已知$\mathrm{X}(nT)$，即可把抽样点间的函数“补上”，恢复为连续函数。

从另一个方面看，若抽样频率小于奎斯特频率，即小于被抽样信号最高频率的两倍时，

$$\mathrm{f}_s < 2f_n \qquad (3\text{-}1)$$

被抽样信号间将发生频谱重叠，出现“混叠现象”（Aliasing）这是很容易理解的。在理想抽样时，时域信号，变为频率间隔为1/T的单位冲击频率。若此时被抽样信号的最高频率为f_h，则抽样的频率信号为以$f_s = 1/T$为中心，频谱宽度为 $\mathrm{f}_s \pm f_h$，频率间隔为$f_s = 1/T$的频域信号。因此，当$\mathrm{f}_s < 2f_h$时，相邻抽样频率间的将发生重叠，这些重叠部分的幅值将与

原始情况不同，这样的频域信号不再可能通过逆付利叶变换恢复成原来的信号（图 2）。通常也将乃奎斯特频率称为“折叠频率”（Folding freqnency）。

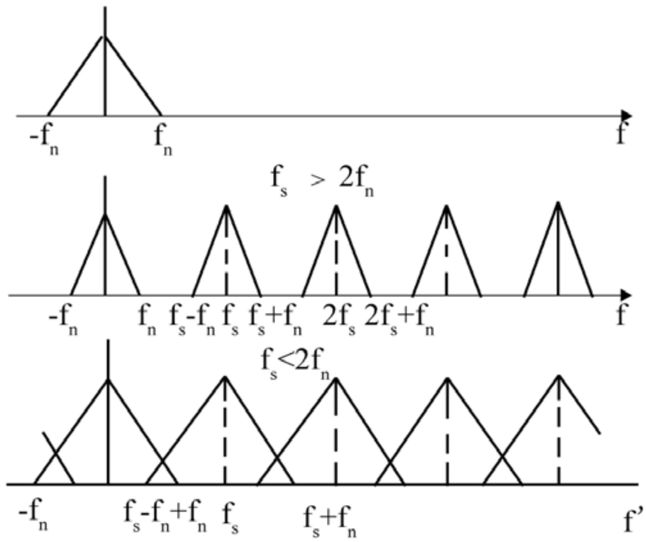

图 2

四、不确定性原理

不确定性原理表明一个函数不可能同时在时域和频域具有任意小的分辨。

例如在时域，我们为了使抽样处幅值尽量逼近该处的“真值”。抽样脉冲的宽度就要求很窄，才能不受模拟信号变化的影响。我们知道抽样脉冲越窄，表明这样的函数在时域的变化越剧烈，因此与它相应的付利叶变换中包含的频率分量就越广泛。这样它在任意频率处的分辨就很大，即在频域来识别它就需要很宽的频率范围。这种关系可表为：

$$\Delta_a \mathrm{f} \cdot \Delta_\alpha \hat{f} \geq \frac{1}{4}$$

式中 $\Delta_a \mathrm{f}$ 为 f 在 a 处的分辨，$\Delta_\alpha \hat{f}$ 为 f 在 α 处的分辨。这实际上是物理学中“测不准原理”在时域和频域中的表现。由于它是一个普遍的物理规律，针对不同的物理量，会有不同的数学形式。我们用宽带为 B 的滤波器，来测量一个随抗噪声，测量时间 T，则测量结果间与精度间的关系为：

$$\frac{1}{\sqrt{BT}} \cong \frac{\sigma}{\mathrm{m}}$$

其中 σ 为测量结果的标准偏差，即测量误差；m 为被测信号的平均值。这说明为提高测量低频信号的精度，就必须增加测量时间。图 3 表示正弦波形经过线性和 RC 低通滤波器的波形图。观察此图形可看出以下结论。首先当被滤波信号的频率与滤波器的平均滤波时间或下限频率相近时，滤波的效果很差，第二只有当滤波器的滤波时间与被滤波信号的周期相等时，才能完全滤除该与之对应的周期信号（正弦信号），即是说在抽样后的波形不是周期的整数倍，对此期间的波形的积分平均值不为零，对欲求得直流信号，即静态的重量信号构成误差。第三，在不增大抽样时间，欲通过增加抽样的次数来提高对干扰信号的滤除是没有效果的。

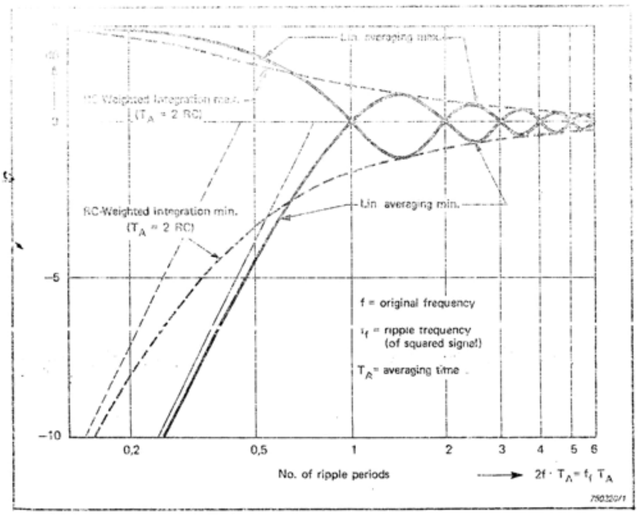

图 3

五、动态称重信号的特点

本文讨论的动态称重信号主要是包括，动态轨道衡、动态汽车衡、检验秤和皮带秤的称重信号。这类被称物在称重过程中均是相对衡器的承载器有相对运动。除皮带秤外的三种动态衡器的称重信号非常相近。现以动态轨道衡的称重信号为例进行讨论。

轨道的不平顺是使机车车辆产生振动的主要根源。这些干扰振动构成称重信号中附加干扰力。只有将其滤除才有可能测得车辆的静止重量。由于轨道不平顺是随机变化的，它所引起的干扰振动过程也是随机的。所以动态称重与静态称重在物理机理上不同的。动态称重信号的处理是建立在随机信号过程的基础上。对其测量结果的处理应服从于数理统计和概率论的规律。对车辆由于地面所引起的振动的描述，由于地面不平直的影响不是随时间变化而是距离的函数，为此采用“空间频率”，f=1/λ(1/m)来代替频谱分析中的时间频率 f=1/T(1/s 或 HZ) 来表示轨道不平顺的干扰函数，即功率谱密度（图 4）。注意此时的横坐标不再以“秒或 HZ”为单位，而是以“1/米或 1/m”为单位。而且在幅值相同的情况下，短“空间波长”引起的振动加速度比长波引起的要大得多。例如波长为 1 米时引起的加速度比波长为 10 米时所引起的加速度要大 100 倍。干扰频谱激励机车的频谱示如图 5，机车的主要自振频频在 2HZ 左右，且随车速增快其幅值也增大。

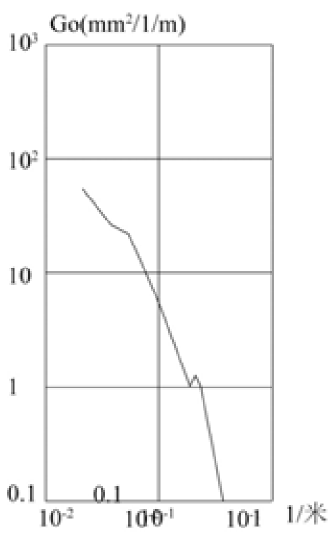

图 4

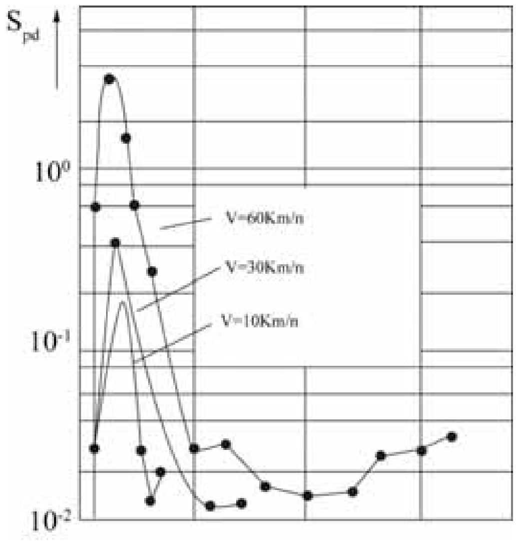

图 5

由此可引入一个对这类动态称重所特有概念—“时空概念”。因为在此种情况下，被称物与称重承载器之间有相对运动。同样一个频率的干扰驱动，由于被称物相对于承载器的运动速度不同，我们需要采集这个干扰振动的时间也就不同。在经典滤波理论中，若不能完整的采集到一个正弦波，要将其完全滤除或降低它的干扰程度是不可能的，在上一节的“不确定原理”中已做了详细的解读。例如附图 4 中，由于车辆自振产生 2HZ 的干扰频率，对于不同运行速度的车辆，在相同的抽样期间 T 时，车辆行驶的距离也大不相同，为了能采集所需的干扰信号的波形，就需要有不同“长度”的承载器。假设此时低通滤波器的截止频率设定为 1HZ，即 B=1HZ。为了能收集到两个以上的完整干扰波形，抽样时间至少大于 1 秒。下面给出在 1 秒内，不同速度下车辆所运行的距离。

300km/h=83.3m/s；100km/h=27.8m/s；60km/h=16.7m/s；30km/h=8.3m/s；10km/h=2.8m/s

所以，对于高速行驶的列车，若使用经典的滤波方法来处理称重信号，就需要有足够长的“称量段”。例如，早先德国为了测量时速为 100km 左右的车辆，其“称量段”的长度在 11m 左右。

下面给出上世纪九十年代，德国对不同称重长度的测量结果，车速为 60km/h，空间频率为 2.5 到 20m，整个称重长度为 M=16.6m，称重长度是由一些中距为 Δx 的称重段组成，结果如图 6 所示。所以试图用较短的承载器测定快速行驶的机车或汽车欲得到高的测量精度是不太可能的。特别是为行车安全，测定机车的偏载，要是称量段不够长，很难发现 1 或 2HZ 干扰带来的影响，此时虽然产生的干扰力可能不算大，但是由此引起的干扰振幅要比高频率在相同干扰力下的振幅要大很多，对机车的安全可能产生危害。

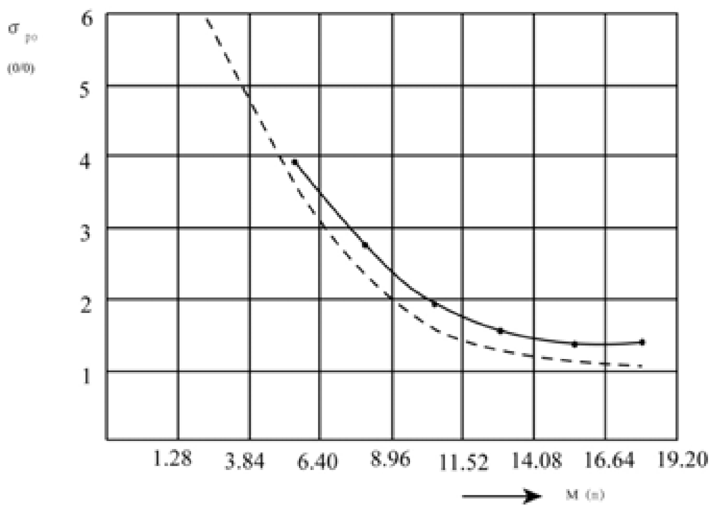

图 6

六、结束语

本文主要想提醒读者注意，在研究工作中对事物的基本规律是不能违背的。否则不但事倍功半，而且找不到解决问题的原因。特别是一些初参加工作的学生，往往注重技巧，而忽视基础知识。正如无论设计多巧妙，也不可能设计出永动机。另外对研究的对象要有深入的了解，对运动车辆信号的特征，如频谱图，持续时间，盲目使用滤波器是不可取的。最后指出，对动态信号结果，在试验时最好用误差分布的直方图来表示，这样有利于发现问题，改进设计。